নিউটনীয়ান বলবিদ্যা

বল ঃ

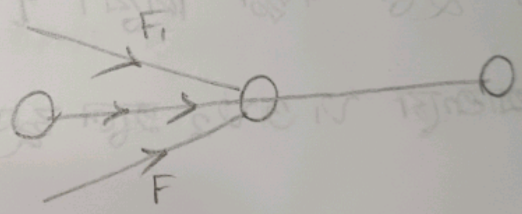
নিউটনের গতিসূত্র ঃ

১ম সূত্র ঃ একে জড়তা সূত্রও বলে।

২য় সূত্র ঃ

$$F = \cancel{mv_0 - mv} \quad \frac{mv_0 - mv}{t}$$

$$= \frac{m(v - v_0)}{t} = ma$$



$$F_1 + F_2 + F_3 = m\vec{a}$$

$$\therefore \sum \vec{F_i} = m\vec{a}$$

যদি, $F = 0$ অর্থাৎ, প্রযুক্ত বলের লব্ধি 0 হলে,

$$0 = \frac{m(v - v_0)}{t}$$

$$\Rightarrow m(v - v_0) = 0$$

$$\therefore v - v_0 = 0$$

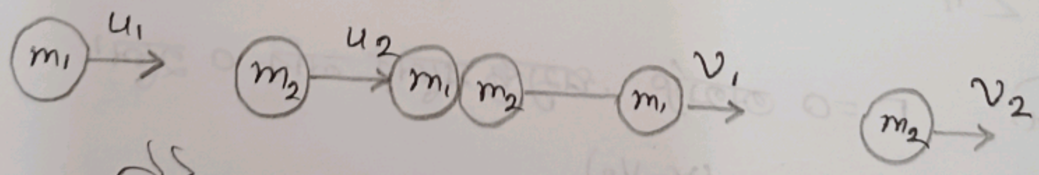
$$\therefore v = v_0$$

ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র:

একাধিক বস্তুতে ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়া ভিন্ন অন্য কোন বল ক্রিয়া না করলে যে কোন একদিকে বস্তুর মোট ভরবেগের কোনো পরিবর্তন হয় না।

ব্যাখ্যা: ধরি, m_1 ও m_2 ভরের দুটি বস্তু একদিকে যথাক্রমে u_1 ও u_2 বেগে গতিশীল। যদি $u_1 > u_2$ হয়, তাহলে ১ম বস্তুটি ২য় বস্তুকে ধাক্কা দিবে। t সময় সংঘর্ষের পর বস্তুদ্বয়ের বেগ যথাক্রমে v_1 ও v_2 হলে সূত্রানুসারে,

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$



প্রমাণ: নিউটনের গতির ২য় সূত্রানুসারে,

ক্রিয়াবল, $F_1 = \frac{m_2v_2 - m_2u_2}{t}$

প্রতিক্রিয়া বল, $F_2 = \frac{m_1v_1 - m_1u_1}{t}$

নিউটনের গতির তয় সূত্রানুসারে,

$$F_1 = -F_2$$

$$\frac{m_2v_2 - m_2u_2}{t} = -\frac{m_1v_1 - m_1u_1}{t}$$

$$\Rightarrow m_2v_2 - m_2u_2 = -m_1v_1 + m_1u_1$$

$$\Rightarrow m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$

ঘাত বল: বৃহৎ মানের বল যদি অল্প সময় ধরে ক্রিয়া করে, তবে এরূপ বলকে ঘাত বল বলে।

বলের ঘাত: বৃহৎ মানের বল অল্প সময় ধরে ক্রিয়া করলে, ঘাত বল ও ক্রিয়াকালের গুণফলকে বলে বলের ঘাত।

* বলের ঘাত ও ভরবেগের পরিবর্তনের সম্পর্ক দেখাও।

⇒ ঘাত বল ও বলের ক্রিয়াকালের গুণফলকে বলের ঘাত বলে। একে J দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

ধরি, m ভরবিশিষ্ট বস্তুর v_0 বেগে গতিশীল থাকা অবস্থায় F মানের প্রচন্ড বলে বল অল্প t সময় ক্রিয়া করায়, তথা v বেগ প্রাপ্ত হয়।

নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রানুসারে;

$$F = \frac{mv - mv_0}{t}$$

$$\Rightarrow Ft = mv - mv_0$$

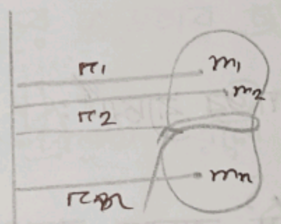
$$\Rightarrow Ft = J = mv - mv_0$$

∴ বলের ঘাত = বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন

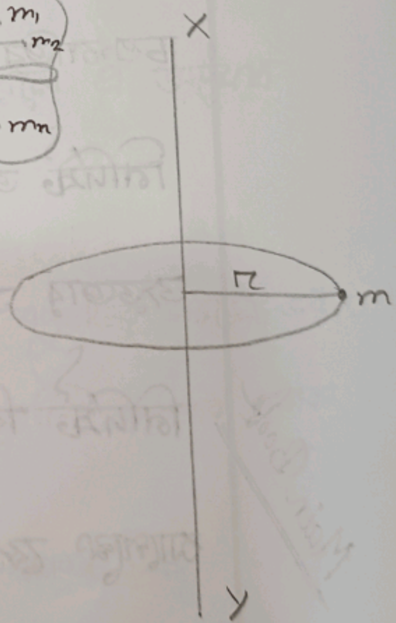
জড়তার ভ্রামকঃ কোনো নির্দিষ্ট অক্ষকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান কণার ভর এবং অক্ষ থেকে কণাটির লম্ব দূরত্বের বর্গের গুণফলের গুণফলকে জড়তার ভ্রামক বলে।

m ভর বিশিষ্ট কণা r ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে ঘুরতে থাকলে কণাটির জড়তার ভ্রামক $I = mr^2$

এর থেকে একক $= kgm^2$



দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামকঃ



নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান বস্তুর প্রতিটি কণার ভর এবং অক্ষ থেকে তার দূরত্বের বর্গের গুণফলের সমষ্টিকে দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামক বলে।

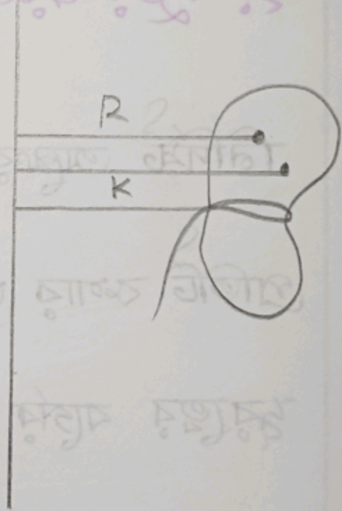
ধরি, n সংখ্যক কণার সমষ্টি। কণাগুলোর ভর যথাক্রমে $m_1, m_2, m_3 \ldots\ldots m_n$ এবং অক্ষ থেকে উহাদের দূরত্ব যথাক্রমে $r_1, r_2, \ldots\ldots r_n$ । ফলে বস্তুটির জড়তার ভ্রামক —

$$I = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + \ldots\ldots + m_nr_n^2$$

$$= \sum m_ir_i^2$$

* বস্তুর জড়তার ভ্রামক ঘূর্ণনের প্রকৃতির ওপর নির্ভর করে।

চক্রগতির ব্যাসার্ধ: (K)



নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে কোনো দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামক, যদি বস্তুটিকে একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত করলে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে কেন্দ্রীভূত কণার জড়তার ভ্রামকের সমান হয় তাহলে ঐ অক্ষের থেকে ~~বিন্দুর দূ~~ কেন্দ্রীভূত কণার দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলে।

Main Book

সমগ্র বস্তুর জড়তার ভর M, চক্রগতির ব্যাসার্ধ K হলে,

$$MK^2 = \sum m_i r_i^2 = I$$

$$I = MK^2$$

$$K = \sqrt{\frac{I}{M}}$$

* কোন বস্তুর চক্রগতির ব্যাসার্ধ 5 m বলতে কী বুঝ?

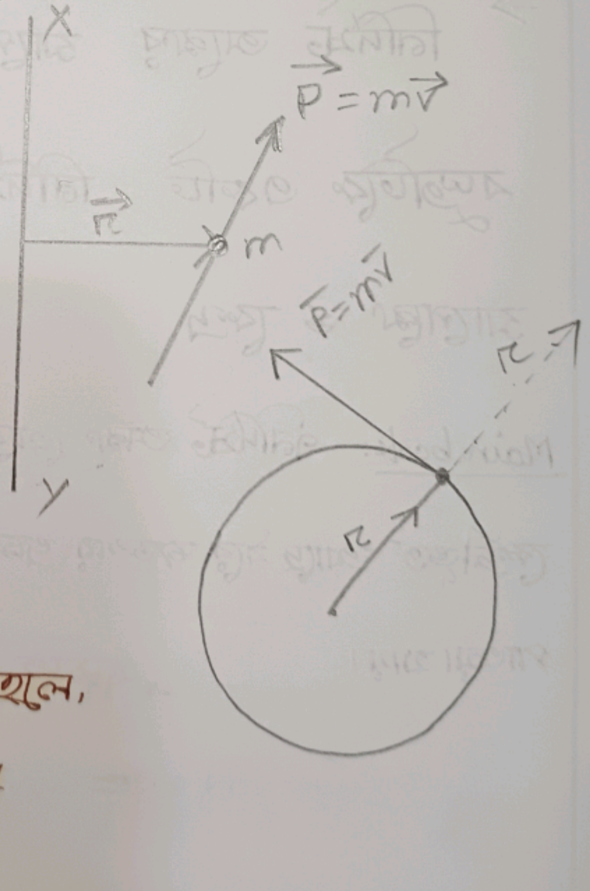
⇒ নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামক যদি বস্তুটিকে একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত করলে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে ও কেন্দ্র

Main book: নির্দিষ্ট অক্ষ থেকে 5m দূরে একটি বিন্দুতে বস্তুটির সমগ্র ভর কেন্দ্রীভূত আছে ধরে জড়তার ভ্রামক হিসাব করলেই সমগ্র বস্তুটির জড়তার ভ্রামক পাওয়া যায়।

কৌণিক ভরবেগঃ

বৃত্তপথে ঘূর্ণায়মান কোনো কণা যে ভরবেগ প্রাপ্ত হয়; তাহাই কৌণিক ভরবেগ।

নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর ও রৈখিক ভরবেগের ভেক্টর গুণফলকে কৌণিক ভরবেগ বলে। তাকে L দ্বারা প্রকাশ করা হয়।



কণার ভর m, কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর r ও ভরবেগ P হলে

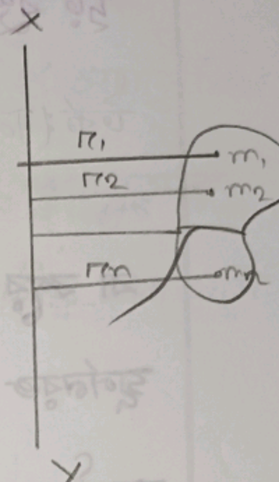
$$L = \vec{r} \times \vec{p}$$
$$= rp\sin\theta$$
$$= rp$$ একক kgm^2s^{-1}

$\therefore L = mvr$

যদি কণাটি বৃত্তপথে ঘুরতেই থাকে, তাহলে,

$\theta = 90^\circ \therefore \sin\theta = \sin 90^\circ = 1$

দৃঢ় বস্তুর কৌণিক ভরবেগ :



একটি দৃঢ় বস্তু ω সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণায়মান। বস্তুটি n সংখ্যক কণার সমষ্টি। কণাগুলোর ভর যথাক্রমে $m_1, m_2 \ldots\ldots m_n$; অক্ষ থেকে দূরত্ব যথাক্রমে $r_1, r_2 \ldots\ldots r_n$ এবং রৈখিক বেগ যথাক্রমে $v_1, v_2 \ldots\ldots v_n$

১ম কণার কৌণিক ভরবেগ, $l_1 = m_1 v_1 r_1$

২য় " " " , $l_2 = m_2 v_2 r_2$

nতম " " " , $l_n = m_n v_n r_n$

$\therefore$ সমগ্র বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ, $L = l_1 + l_2 + \ldots\ldots l_n$

$[\omega_1 + \omega_2 + \ldots \omega_n = \omega]$

$$= m_1 v_1 r_1 + m_2 v_2 r_2 + \ldots m_n v_n r_n$$

$$= m_1 r_1 \omega_1 r_1 + m_2 r_2 \omega_2 r_2 + \ldots m_n r_n \omega_n r_n$$

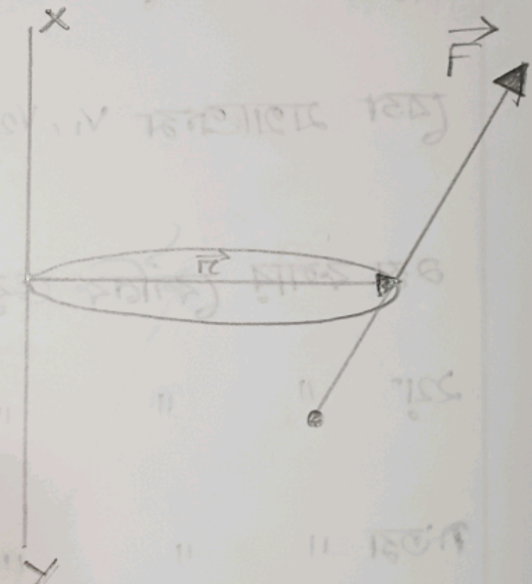
$$= \omega [m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots m_n r_n^2] = \omega \sum m_i r_i^2$$

$$= \omega I \qquad L = \omega I$$

দৃঢ় বস্তুর কৌণিক ভরবেগ = কৌণিক বেগ × জড়তার ভ্রামক

টর্ক (Torque): যা কোনো ঘূর্ণয়মান বস্তুর ঘূর্ণন প্রবণতা সৃষ্টি করতে চায় বা করে তাকেই টর্ক বলে।

ঘূর্ণনরত বস্তুর কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর ও তার ওপর প্রযুক্ত বলের ভেক্টর গুণফলকে টর্ক বলে।



কোনো কণার ভর, m, ব্যাসার্ধ ভেক্টর $\vec{r}$ ও প্রযুক্ত বল F হলে,

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$
$$= rF\sin\theta$$
$$= r(ma)\sin\theta$$

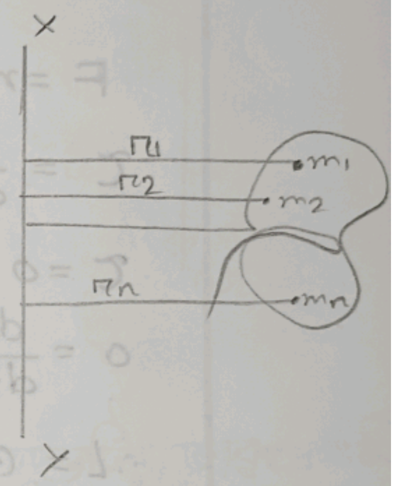
যদি $\theta = 90^\circ$ হয় তাহলে,

$$\vec{\tau} = rma\sin 90^\circ$$
$$= rma$$
$$= rmr\alpha$$
$$= mr^2\alpha$$

একক N-m
(এটি J নয় অর্থাৎ Nm নয়)

দৃঢ় বস্তুর টর্ক:

ধরি, একটি দৃঢ় বস্তু XY অক্ষের সাপেক্ষে α সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণায়মান। বস্তুটি n সংখ্যক কণার সমষ্টি। কণাগুলোর ভর যথাক্রমে $m_1, m_2 \ldots\ldots m_n$; অক্ষ থেকে দূরত্ব যথাক্রমে $r_1, r_2, \ldots\ldots r_n$ এবং



তাহলে, প্রথম কণার উপর টর্ক, $\tau_1 = \cancel{m r} \ m_1 r_1^2 \alpha$

২য় " " ", $\tau_2 = m_2 r_2^2 \alpha$

n তম " " ", $\tau_n = m_n r_n^2 \alpha$

$\therefore$ সমগ্র বস্তুটির উপর টর্ক, $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \cancel{\tau_3} \ldots\ldots + \tau_n$

$= m_1 r_1^2 \alpha + r_2^2 m_2 \alpha + \ldots\ldots m_n r_n^2 \alpha$

$= (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots m_n r_n^2)\alpha$

$= \sum m_i r_i^2 \alpha$

$= I\alpha$

$\tau = I\alpha$

$$L = mrv$$
$$L = I\omega$$
$$\tau = mr^2\alpha$$
$$\tau = I\alpha$$

ঘূর্ণনগতিতে নিউটনের সূত্রাবলীঃ

$$F = ma$$

$$\tau = \frac{dL}{dt}$$

$$\tau = 0$$

$$0 = \frac{d(L)}{dt}$$

$$\therefore L = \text{Constant}$$

জড়তার ভ্রামক নির্ণয়ের উপপাদ্যঃ

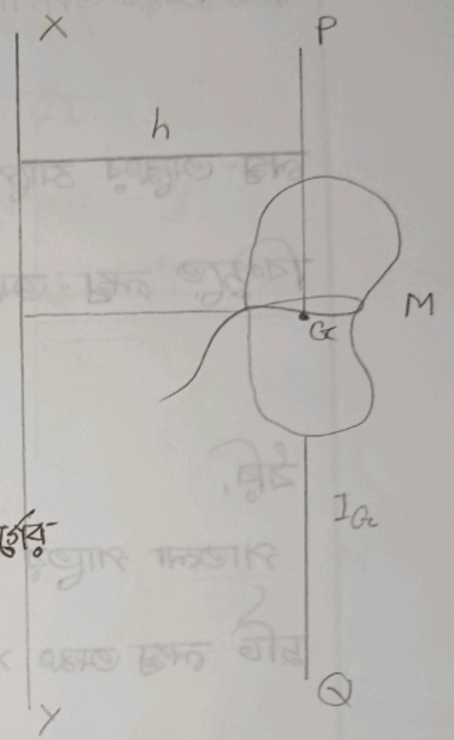
১. সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য

২. লম্ব অক্ষ উপপাদ্য

সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য :

$$I = \sum m_i r_i^2 = I_G + Mh^2$$

নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক বস্তুটির ভরকেন্দ্রগামী সমান্তরাল - অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক ও বস্তুটির ভর এবং অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী লম্ব-দূরত্বের বর্গের গুণফলের সমষ্টির সমান।



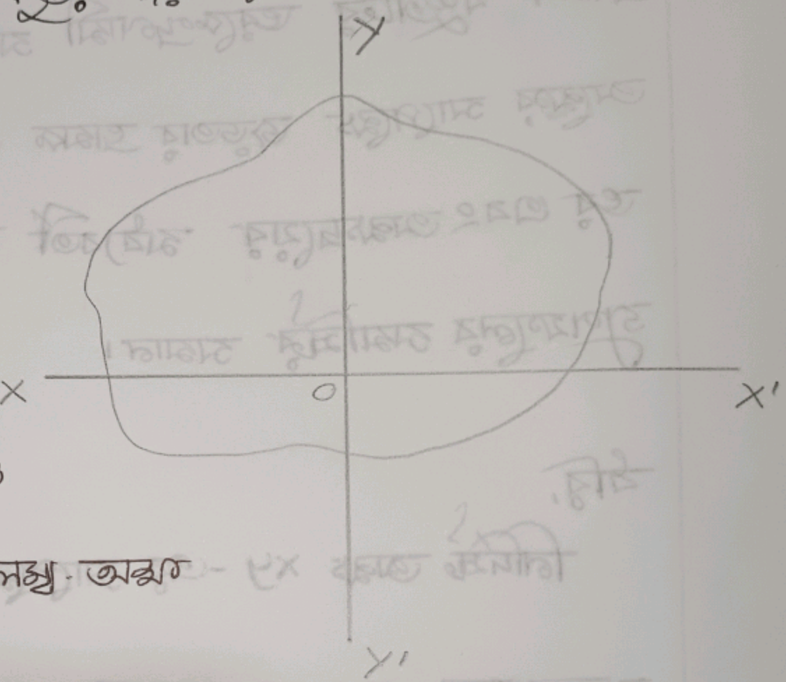
ধরি,

নির্দিষ্ট অক্ষ xy -এর সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক I, বস্তুটির ভরকেন্দ্রগামী সমান্তরাল অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক I_G, বস্তুটির ভর M ও অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী লম্ব-দূরত্ব h হলে, উপপাদ্য অনুসারে;

$$\boxed{I = I_G + Mh^2}$$

লম্ব অক্ষ উপপাদ্য:

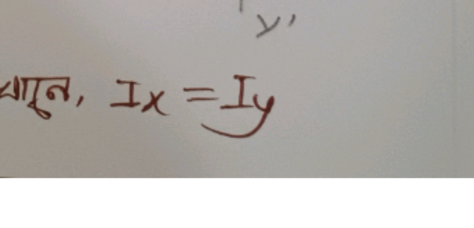
পাতলা পাতের তলে অবস্থিত পরস্পর দুটি লম্ব-অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামকদ্বয়ের সমষ্টি অক্ষদ্বয়ের ছেদ-বিন্দুতে লম্ব-অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুর জড়তার ভ্রামকের সমান।



ধরি,
পাতলা পাতের তলে পরস্পর দুটি লম্ব অক্ষ XX' ও YY' এর জড়তার ভ্রামক যথাক্রমে I_x ও I_y এবং অক্ষদ্বয়ের ছেদবিন্দু লম্ব অক্ষ ZZ' এর সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক ~~I_x~~ I_z হলে উপপাদ্য অনুসারে,

$$I_z = I_x + I_y$$

* I_x ও I_y একই নয়।

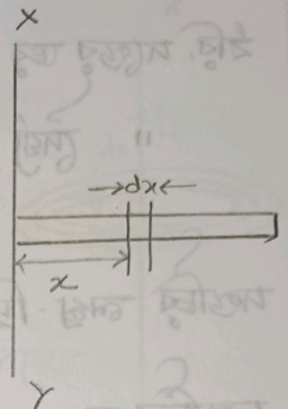


এখানে, $I_x = I_y$

(ক) সুষম দণ্ডের একপ্রান্তে লম্ব-অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডটির জড়তার ভ্রামক:

ধরি, দণ্ডের ভর = M

" দৈর্ঘ্য = L



দণ্ডটির একপ্রান্তে লম্ব-অক্ষ XY এর সাপেক্ষে দণ্ডটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করতে হবে।

অক্ষ হতে x দূরত্বে dx দৈর্ঘ্য বিবেচনা করি।

$L \longrightarrow M$

$1 \longrightarrow \frac{M}{L}$

$dx \longrightarrow \frac{M}{L}dx$

উক্ত অংশের ভর, $dm = \frac{M}{L}dx$

" " জড়তার ভ্রামক, $dI = dm.x^2$

$$= \frac{M}{L}x^2 dx$$

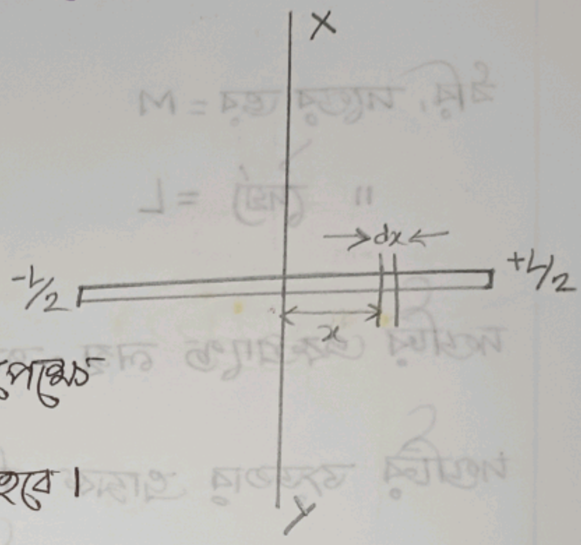
উপর্যুক্ত সমীকরণকে $x=0$ থেকে $x=L$ সীমার মধ্যে সমাকলন করলে সমগ্র বস্তুটির জড়তার ভ্রামকের মান পাওয়া যাবে।

$$\int dI = \int_0^L \frac{M}{L}x^2 dx$$

$$I = \frac{M}{L}\int_0^L x^2 dx = \frac{M}{L}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^L = \frac{M}{3L}\left[L^3 - 0^3\right] = \frac{ML^2}{3}$$

$$I = \frac{ML^2}{3}$$

(২) সুষম দণ্ডের লম্ব-দ্বিখণ্ডক অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডটির জড়তার ভ্রামক:



ধরি, দণ্ডের ভর $= M$

" দৈর্ঘ্য $= L$

দণ্ডটির লম্ব-দ্বিখণ্ডক অক্ষ XY এর সাপেক্ষে দণ্ডটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করতে হবে।

অক্ষ হতে x দূরত্বে dx দৈর্ঘ্য বিবেচনা করি।

উক্ত অংশের ভর, $dm = \frac{M}{L} dx$

" " জড়তার ভ্রামক, $dI = dm \cdot x^2 = \frac{M}{L} x^2 dx$

উপর্যুক্ত সমীকরণকে $x = -L/2$ থেকে $x = +L/2$ সীমার মধ্যে সমাকলন করলে সমগ্র দণ্ডটির ভ্রামকের মান পাওয়া যাবে।

$$\int dI = \int_{-L/2}^{+L/2} \frac{M}{L} x^2 dx = \frac{M}{L} \int_{-L/2}^{+L/2} x^2 dx = \frac{M}{L} \left[\frac{x^3}{3}\right]_{-L/2}^{L/2}$$

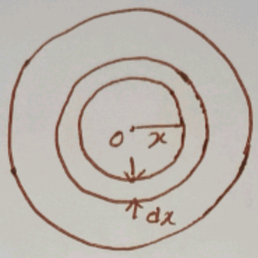
$$= \frac{M}{3L} \left[\left(\frac{L}{2}\right)^3 - \left(-\frac{L}{2}\right)^3\right]$$

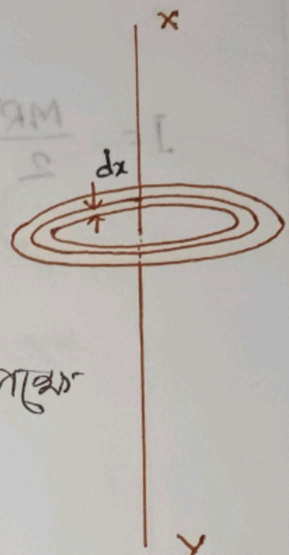
$$= \frac{M}{3L} \left(\frac{L^3}{8} + \frac{L^3}{8}\right) = \frac{M}{3L} \left(\frac{L^3 + L^3}{8}\right) = \frac{2L^3 M}{8 \times 3L}$$

$$= \frac{ML^2}{12}$$

বা চাকতির জন্যে

③ বৃত্তাকার পাতলা পাতের তলে কেন্দ্রগামী লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডটির জড়তার ভ্রামক:





ধরি, চাকতির ভর $= M$

" ব্যাসার্ধ $= R$

চাকতির তলে কেন্দ্রগামী লম্ব-অক্ষ XY-এর সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করতে হবে।

অক্ষ হতে x দূরত্বে dx দৈর্ঘ্যে পুরুত্বের পাত বিবেচনা করি।

উক্ত অংশের ভর, $dm = \frac{M}{\pi R^2} \cdot 2\pi x\,dx = \frac{2M}{R^2} x\,dx$

" " জড়তার ভ্রামক, $dI = dm\,x^2 = \frac{2M}{R^2} x^3 dx$

উপর্যুক্ত সমীকরণকে $x = 0$ থেকে $x = R$ সীমার মধ্যে সমাকলন করে পাই,

$$\int dI = \int_0^R \frac{2M}{R^2} x^3 dx$$

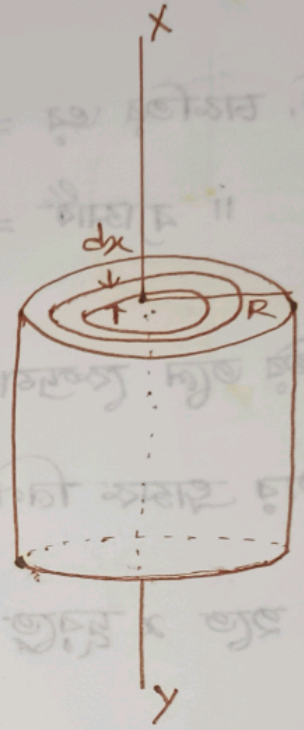
$$I = \frac{2M}{R^2} \left[\frac{x^4}{4}\right]_0^R = \frac{2M}{4R^2}\left(R^4 - 0^4\right)$$

$$= \frac{MR^2}{2}$$

$$\therefore I = \frac{MR^2}{2}$$

⑥ সিলিন্ডারের নিজ অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক :—

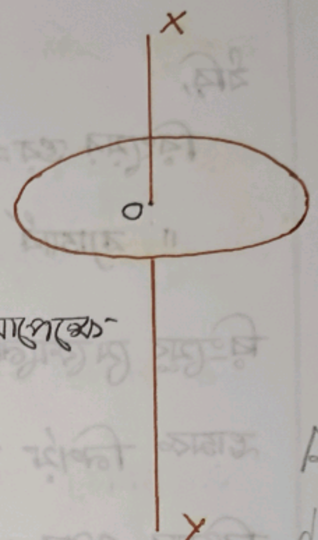
$$I = \frac{MR^2}{2}$$



⑥ রিংয়ের তলে কেন্দ্রগামী লম্ব-অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামকঃ

ধরি, রিংয়ের ভর $= M$

" " ব্যাসার্ধ $= R$



রিংয়ের তলে কেন্দ্রগামী লম্ব-অক্ষ XY-এর সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করতে হবে।

$R - M$

রিংয়ের dx দৈর্ঘ্য $\longrightarrow$ বিবেচনা করি।

$dx \quad \frac{M}{R}dx$

উক্ত অংশের ভর, $dm = \frac{M}{2\pi R} dx$

" " জড়তার ভ্রামক, $dI = dm \cdot R^2 = \frac{M}{2\pi R} \cdot dx \cdot R^2$

$$= \frac{MR}{2\pi} dx$$

উপর্যুক্ত সমীকরণকে $x = 0$ থেকে $x = 2\pi R$ সীমার মধ্যে সমাকলন করে পাই,

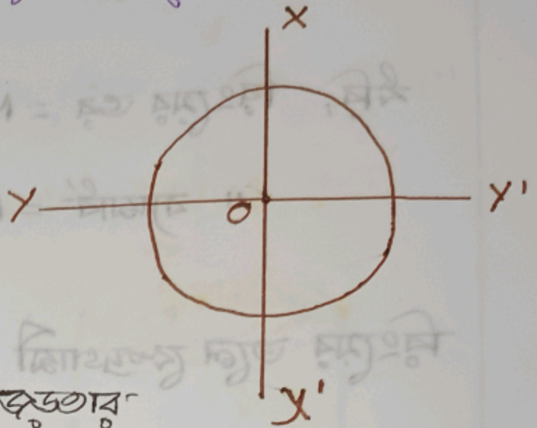
$$\int dI = \int_0^{2\pi R} \frac{MR}{2\pi} dx$$

$$I = \frac{MR}{2\pi} \int_0^{2\pi R} 1 . dx = \frac{MR}{2\pi} [x]_0^{2\pi R} = \frac{MR}{2\pi} [2\pi R - 0] = MR^2$$

$$\therefore \quad I = MR^2$$

অনুধাবন

* ৬ রিংয়ের যে কোনো ব্যাস বরাবর অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামকঃ



ধরি,

রিংয়ের ভর $= M$

" ব্যাসার্ধ $= R$

রিংয়ের যেকোনো ব্যাস XX'এর সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করতে হবে।

রিংয়ের ওপর YY' অপর একটি ব্যাস বরাবর অক্ষ বিবেচনা করি।

অপর একটি অক্ষ O বিন্দুতে ZZ' অক্ষ।

অক্ষগুলোর সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক যথাক্রমে I_x, I_y ও I_z

লম্ব অক্ষ উপপাদ্য অনুসারে, $I_x + I_y = I_z$

কিন্তু $I_x = I_y = I$ এবং $I_z = MR^2$

$$\therefore I + I = MR^2$$

$$I = \frac{MR^2}{2}$$

** একটি সুষম দণ্ডের একপ্রান্তে সুতা দ্বারা বেঁধে একটি লাঠির সাহায্যে লাঠির চারপাশে $2\,rad\,s^{-2}$ সমকৌণিক ত্বরণে ঘুরানো হচ্ছে। দণ্ডের ভর 5kg, সুতার দৈর্ঘ্য 80 cm. দণ্ডটির দৈর্ঘ্য আনুভূমিক তলে অবস্থান করে। দণ্ডের দৈর্ঘ্য 50cm.

১. লাঠির সাপেক্ষে দণ্ডটির জড়তার ভ্রামক কত?

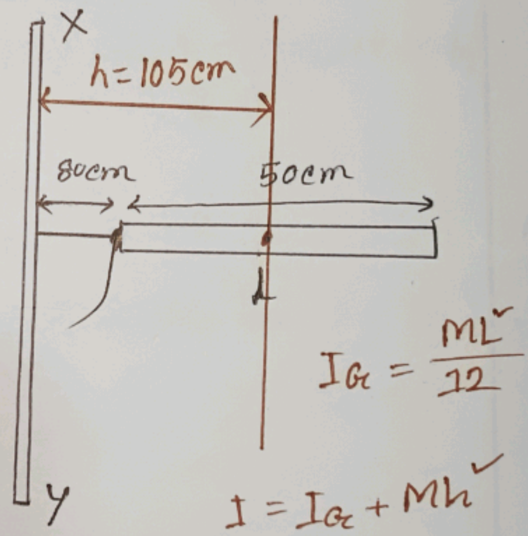
২. লাঠির উপর টর্ক নির্ণয় কর।

(১)

⇒ দণ্ডের ভর, $M = 5kg$

দণ্ডের দৈর্ঘ্য, $L = 50cm = 0.5m$

সুতার দৈর্ঘ্য, $l = 80cm = 0.8m$



$$I_G = \frac{ML^2}{12}$$

$$I = I_G + Mh^2$$

আমরা জানি

নির্ণেয় জড়তার ভ্রামক, $I = I_G + Mh^2$

এখানে, $I_G = \frac{ML^2}{12}$

$h = (.8 + .25)\,m = 1.05m$

$$\therefore I = \frac{ML^2}{12} + Mh^2$$

$$= \frac{5\times(.5)^2}{12} + 5\times(1.05)^2$$

$$= 5.62 \ kgm^2$$

(২)

টর্ক, $\tau = I\alpha = (5.62 \times 2)$ N-m

$$\therefore \tau = 11.2334 \ N\text{-}m$$

* একটি চাকতির একপ্রান্তে সুতা দ্বারা বেঁধে একটি লাঠির আশ্রয়ে লাঠির চারপাশে $2 rads^{-2}$ সমকৌণিক ত্বরণে ঘুরানো হচ্ছে। চাকতির ভর 5kg, চাকতির ব্যাসার্ধ 50cm ও সুতার দৈর্ঘ্য 40cm. চাকতির তল আনুভূমিক ~~তলে~~ উল্লম্ব তলে অবস্থান করে।

১. লাঠির সাপেক্ষে চাকতির সুতার ভ্রামক কত?

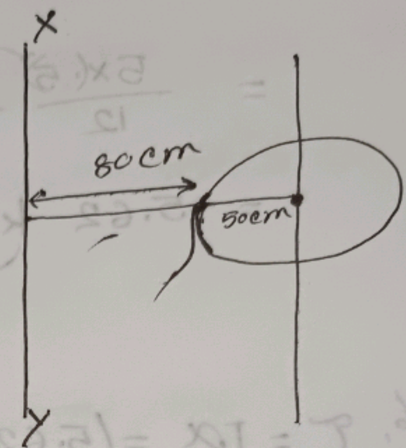
২. চাকতির উপর টর্ক নির্ণয় কর।

২. উল্লম্ব তলে ... ব্যাস বরাবর :--

২. " " ...

(ক)

⇒



চাকতির ভর, $M = 5kg$

চাকতির ব্যাসার্ধ, $R = .5m$

সুতার দৈর্ঘ্য, $l = .8m$

চাকতির কেন্দ্রগামী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক;

$$I = I_G + MR^2$$

$$= \frac{MR^2}{2} + MR^2$$

$$= \frac{5 \times .5^2}{2} + 5 \times (.5 + .8)^2$$

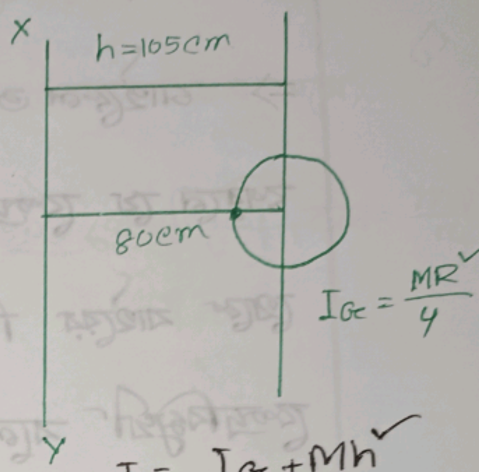
$$= 9.075 \, kgm^2$$

(খ)

চাকতির টর্ক, $\tau = I\alpha = (9.075 \times 2) \, Nm$

$$= 18.15 \, Nm$$

(১)



$$I = I_G + Mh^2$$

$$= \frac{MR^2}{4} + Mh^2$$

ব্যাস বরাবর অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক,

$$I = \frac{MR^2}{4} + Mh^2$$

$$= \frac{5 \times (.5)^2}{4} + 5(.5 + .8)^2$$

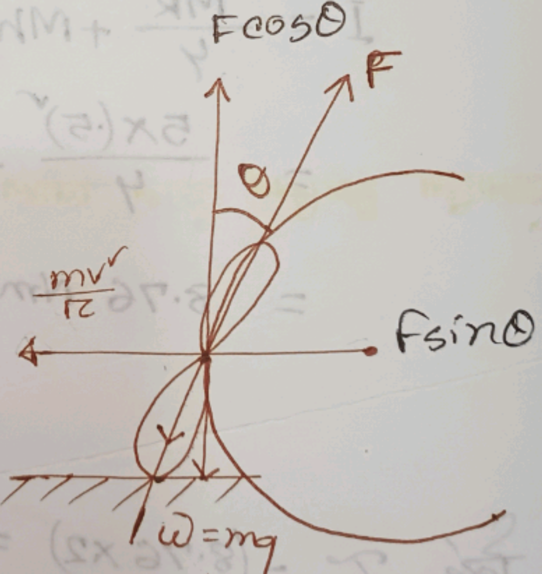
$$= 8.76 \ Nm$$

(২)

টর্ক, $\tau = (8.76 \times 2) = 17.52 Nm$

* বক্রপথে সাইকেল আরোহী চলার সময় কেন্দ্রের দিকে হেলে পড়ে কেন?

৩ ⇒ সাইকেল আরোহী বক্রপথে চলার সময় রৈখিক বেগের কারনে যে কেন্দ্রবিমুখী বল সৃষ্টি হয়, তা আরোহীকে পথ থেকে বাইরের দিকে ছিটকিয়ে ফেলতে চায়। সেজন্য আরোহীকে কেন্দ্রবিমুখী বলের সমান পরিমান কেন্দ্রমুখী বল তৈরী করার প্রয়োজন হয় যাতে রাস্তা থেকে ছিটকে না যায়। এই কেন্দ্রমুখী বল তৈরী করার জন্যই আরোহী কেন্দ্রের দিকে হেলে পড়ে।



ধরি,

সাইকেল আরোহীর ভর $= m$

বক্রপথের ব্যাসার্ধ $= r$

সাইকেলের বেগ $= v$

রাস্তার ওপর সাইকেলের প্রযুক্ত বল $= F$। সাইকেল আরোহীর হেলানো কোন।

রাস্তা সাইকেলের ওপর প্রতিক্রিয়া বল $= F$

সাইকেল সহ আরোহীর ওজন, $\omega = mg$ খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়াশীল। রাস্তার প্রতিক্রিয়া বলের দুটি উপাংশ যথাক্রমে $F\cos\theta$ ও $F\sin\theta$. রৈখিক বেগের কারণে সৃষ্ট কেন্দ্রবিমুখী বল $= \frac{mv^2}{r}$

সাম্যাবস্থায়, $F\sin\theta = \frac{mv^2}{r}$

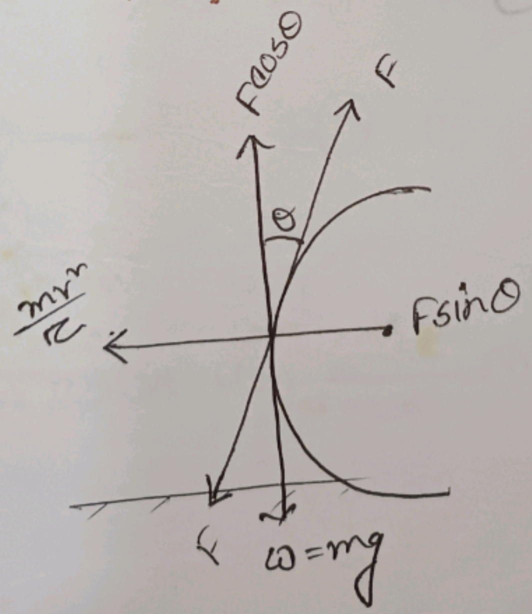
$$F\cos\theta = mg$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

$\theta =$ হেলানো কোণের রাশিমালা

$$\therefore \theta = \tan^{-1}\frac{v^2}{rg}$$

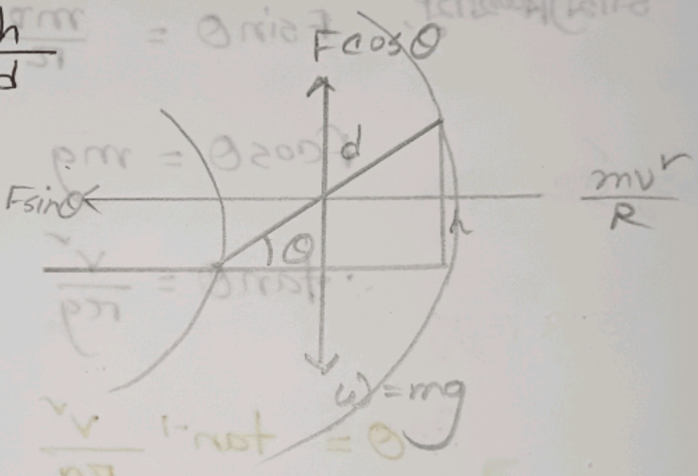
হেলানো কোণের কোন নির্ভর করে v ও r এর ওপর।



ব্যাংকিং:

রাস্তার বাঁকে নিরাপদে গাড়ী চলার জন্য কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয়। এজন্য রাস্তার বাঁকের ভেতরের দিকের চেয়ে বাইরের দিকে একটু উঁচু করে তৈরী করা হয়। একেই ব্যাংকিং বলে।

$$\sin\theta = \tan\theta = \frac{v^2}{rg} = \frac{h}{d}$$



h = ব্যাংকিং উচ্চতা

d = রাস্তার প্রস্থ

$$\theta = \tan^{-1}\frac{v^2}{rg}$$

$$\therefore \frac{h}{d} = \frac{v^2}{rg}$$

সংঘর্ষ (Collision):

(i) স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ

(ii) অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ

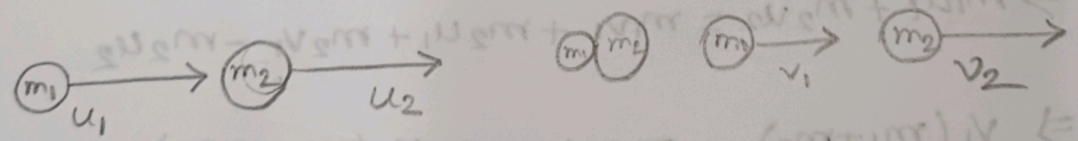
স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষঃ

* যে সংঘর্ষে গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে। ~~এই স্থিতিশক্তি~~
* ভরবেগের সংরক্ষণসূত্র ও গতিশক্তির সংরক্ষণসূত্র মেনে চলে।

অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষঃ

* যে সংঘর্ষে গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে না।
* ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র ~~ও গতিশক্তির সংরক্ষণ মানে না।~~ মেনে চলে।

স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ: $u_1 > u_2$ = সংঘর্ষে লিপ্ত হবে।



$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$

$$\Rightarrow m_1(u_1 - v_1) = m_2(v_2 - u_2) \quad \text{—— (1)}$$

গতিশক্তির সংরক্ষণ সূত্র হতে —

$$\frac{1}{2}m_1u_1^2+\frac{1}{2}m_2u_2^2=\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2$$

$$\Rightarrow m_1(u_1^2-v_1^2)=m_2(v_2^2-u_2^2) \text{ ——— (ii)}$$

(ii) ÷ (i) হতে পাই,

$$\frac{1}{u_1+v_1}=\frac{1}{v_2+u_2}$$

$$\Rightarrow v_2+u_2=u_1+v_1$$

$$\therefore v_2=u_1-u_2+v_1 \text{ ——— (iii)}$$

$$\therefore v_1=v_2+u_2-u_1 \text{ ——— (iv)}$$

$$m_1u_1+m_2u_2=m_1v_1+m_2(u_1+v_1-u_2)$$

$$\Rightarrow m_1u_1+m_2u_2=m_1v_1+m_2u_1+m_2v_1-m_2u_2$$

$$\Rightarrow v_1(m_1+m_2)=2m_2u_2+u_1(m_1-m_2)$$

$$\therefore v_1=\frac{u_1(m_1-m_2)}{m_1+m_2}+\frac{2m_2u_2}{m_1+m_2}$$

(i) ও (iv) হতে পাই;

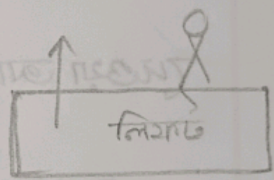
$$v_2 = \frac{u_2(m_2-m_1)}{m_1+m_2} + \frac{2m_1u_1}{m_1+m_2}$$

লিফটের ক্ষেত্রে ত্বরণ:

(ক) উপরে 'a' ত্বরণে উঠতে থাকলে $(F-mg)=ma \Rightarrow F=m(a+g)$

(খ) নিচে 'a' ত্বরণে নামতে থাকলে $(F-mg)=-ma \Rightarrow F=m(g-a)$

সমবেগে $F=mg$



$F-mg=ma$

$F-mg=-ma$

$\omega = \frac{2\pi N}{T}$

** 500g ভরবিশিষ্ট বস্তুর নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ 5m এবং বস্তুটির $2\,rad s^{-2}$ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করা হলো।

১. বস্তুটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় কর।

২. উল্লেখিত ত্বরণ সৃষ্টি করতে প্রযুক্ত টর্কের মান নির্ণয় কর।

⇒ (১)

দেওয়া আছে, ভর, $M = 500g = .5\,kg$

চক্রগতির ব্যাসার্ধ, $K = 5m$

জড়তার ভ্রামক, $I = MK^2 = .5 \times (5)^2$
$= 12.5\,kgm^2$

(২)

বস্তুটির ত্বরণ, $\alpha = 2\,rad s^{-2}$

জড়তার ভ্রামক, $I = 12.5\,kgm^2$

টর্ক, $\tau = I\alpha = (2 \times 12.5) = 25\,N\text{-}m$

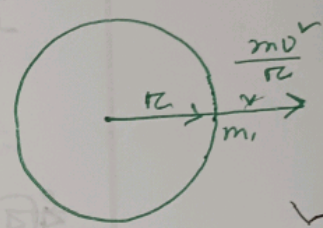
* সুতা দ্বারা বেঁধে 500g ভরবিশিষ্ট বস্তুকে নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে স্থিরাবস্থা হতে $2\pi\, rad s^{-2}$ সমকৌণিক ত্বরণে ঘুরানো হচ্ছিলো। 20 সে. পর সুতাটি ছিঁড়ে গেলো। সুতার দৈর্ঘ্য 80 cm.

সুতা ছেঁড়ার মুহূর্তে সুতার উপর টান কত ছিলো?

$\Rightarrow \omega_f = \omega_i + \alpha t$ আদিকৌণিক বেগ $\omega_i = 0$

$= 0 + 2\pi \times 20$ সময়, $t = 20s$

$= 125.66\ rad s^{-1} = 40\pi\ rad s^{-1}$



∴ $\boxed{\text{সুতার উপর টান = কেন্দ্রমুখী বল}}$

$F = m\omega_f^2 r$

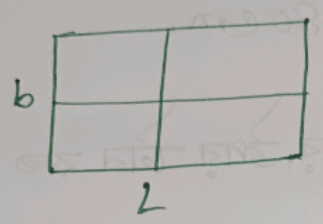
$= .5 \times (40\pi)^2 \times .8\ N$

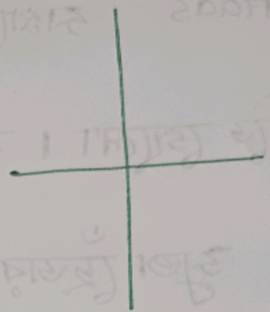
$= 6316.55 N$

* পৃথিবীর ভরও ব্যাসার্ধ উভয়েই হঠাৎ অর্ধেক হয়ে গেলে।

১. কৌণিক বেগ কীরূপ হবে?

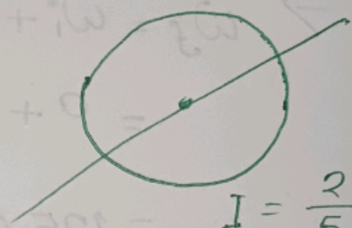
২. বছরে কত দিন হবে?





$I = \frac{ML^2}{12}$

$$I = \frac{ML^2}{12} + \frac{Mb^2}{12} = \frac{M}{12}(L^2+b^2)$$



$I = \frac{2}{5}MR^2$

ধরি, পৃথিবীর ভর $= M$

ব্যাসার্ধ $= R$

$\therefore$ জড়তার ভ্রামক, $I_1 = \frac{2}{5}MR^2$

পরিবর্তিত জড়তার ভ্রামক, $I_2 = \frac{2}{5}\left(\frac{M}{2}\right)\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{MR^2}{20}$

পরিবর্তিত কৌণিক বেগ $= \omega_1$

কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র অনুসারে, $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

$$\frac{2}{5}MR^2\omega_1 = \cancel{\frac{2}{5}}\frac{MR^2}{20}\cdot\omega_2$$

$$\therefore \omega_2 = 8\omega_1$$

পর্যায় কাল

$\omega_2 = 8\omega_1$

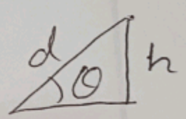
$\Rightarrow \frac{2\pi}{T_2} = 8\frac{2\pi}{T_1}$

$\Rightarrow T_2 = \frac{T_1}{8} = \frac{24}{8}h = 3h$

১ বছর $= 365 \times 24\,h$

বর্তমান দিন সংখ্যা $= \frac{365 \times 24}{3}$ দিন $= 2920$ দিন

* মিটার গেজ রেল লাইনের বাঁকের ব্যাসার্ধ 200m. রেলগাড়ি সর্বোচ্চ $60\,kmh^{-1}$ বেগে চলতে পারে। $\boxed{d = 1m}$



ক. ব্যাংকিং কোণ কত?

খ. ব্যাংকিং এর এক পাশের লাইনের উচ্চতা কত?

(ক)

$\Rightarrow$

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg} = \frac{(16.67)^2}{9.8 \times 200} = 0.142$$

$$\therefore \theta = 8.066^\circ = \cancel{0.14^\circ}\ 0.14\,rad$$

(2)

$$\sin\theta = \frac{h}{d} = \frac{h}{1} = \frac{v^2}{rg}$$

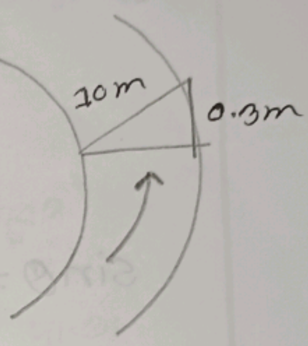
~~ব্যাংকিং~~

$$\Rightarrow h = \frac{v^2 \times 1}{rg} = \frac{(16.67)^2 \times 1}{200 \times 9.8}$$

sin

$$\therefore h = 0.14m$$

* 1500 kg ভরের একটি গাড়ি 10000J গতিশক্তি নিয়ে চলার সময় 150m ব্যাসার্ধের বাঁকের সম্মুখীন হলো।



১. গাড়িটির ভরবেগ নির্ণয় কর।

২. উদ্দীপক চিত্র অনুসারে গাড়িটি কী নিরাপদে রাস্তার বাঁক অতিক্রম করতে পারবে? গানিতিক ব্যাখ্যায় মতামত দাও।

(১)

⇒

গাড়িটির ভর, $m = 1500kg$

গতিশক্তি, $E_K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 1500 \times v^2$

$$10000 = \frac{1}{2} \times 1500 \times v^2$$

$$\therefore v = 3.65 ms^{-1}$$

$\therefore$ ভরবেগ, $P = mv = (1500 \times 3.65)\ kgms^{-1}$

$$= 5477.23\ kgms^{-1}$$

(২)

দেওয়া আছে,
গাড়ি রাস্তার উচ্চতা, $h = 0.3m$
" প্রস্থ, $d = 10m$

$\sin\theta = \frac{h}{d} = \frac{0.3}{10}$

$\therefore \theta = \sin^{-1}\left(\frac{0.3}{10}\right)$

$\therefore \theta = 1.72^\circ$

গাড়ির ক্ষে. $\theta' = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{rg}\right)$

$= \tan^{-1}\left(\frac{3.66^2}{150 \times 9.8}\right)$?

$\therefore \theta' = 0.522^\circ$

$\theta =$

$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

$\Rightarrow v = \sqrt{rg\tan\theta} = \sqrt{150 \times 9.8 \times \tan 1.72}$

$\therefore v = 6.64 ms^{-1}$

প্রশ্নানুসারে, গাড়িটির বেগ, $v' = 3.65 ms^{-1}$

যেহেতু, $v' \neq v$. সুতরাং, গাড়িটি নিরাপদে রাস্তার বাঁক অতিক্রম করতে পারবে না।

* বেগ বা কোন যেকোনো একটা compare করলেই হবে।

* 5kg ও 7kg ভরের দুটি বস্তু পরস্পর বিপরীত থেকে যথাক্রমে $5ms^{-1}$ ও $8ms^{-1}$ বেগে সংঘর্ষের সৃষ্টি করে। বস্তুদ্বয় কোনো একদিকে একসাথে চলতে থাকলো।

১. সংঘর্ষের পর বস্তুদ্বয় কতবেগে কোনদিকে চলবে?

২. সংঘর্ষের প্রকৃতি গাণিতিক ব্যাখ্যায় মতামত দাও।

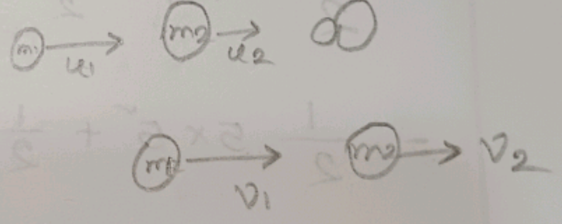
(১)

দেওয়া আছে, ১ম বস্তুর ভর, $m_1 = 5kg$

২য় " ", $m_2 = 7kg$

১ম বস্তুর আদিবেগ, $u_1 = 5ms^{-1}$

২য় " " , $u_2 = -8ms^{-1}$



$m_1u_1 + m_2u_2 = V(m_1+m_2)$

$5\times5 + 7(-8) = V(5+7)$

$\therefore V = -2.58\ ms^{-1}$

সংঘর্ষের পর বস্তুদ্বয় $V = -2.58$ বেগে ১ম ~~২য়~~ বস্তুর দিকে চলবে।

* ভরবেগ তুলনা কর।

(২)

১ম বস্তুর ভর, $m_1 = 5kg$

" " আদিবেগ, $u_1 = 5ms^{-1}$

২য় " ভর, $m_2 = \cancel{8kg}\ 7kg$

" " আদিবেগ, $u_2 = 8\ ms^{-1}$

$v = -2.58\ ms^{-1}$

(-) sign দেওয়া হয়নি?

সংঘর্ষের পূর্বে গতিশক্তি, E_{k_1}

$\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$

$= \frac{1}{2}\ 5\times5^2 + \frac{1}{2}\times7\times8^2$

$= 286.5\ \cancel{ms^{-1}}\ J$

সংঘর্ষের পরে মোট গতিশক্তি $E_{k_2} = \frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v^2$

$= \frac{1}{2}\times5\times(2.58)^2 + \frac{1}{2}\times7\times(2.58)^2$

$= 39.94\ \cancel{ms^{-1}}\ J$

$E_{k_1} \neq E_{k_2}$ · অর্থাৎ গতিশক্তি সংরক্ষিত নয়।

সুতরাং, সংঘর্ষটি অস্থিতিস্থাপক।

* 5kg ও 7kg ভরের দুটি বস্তু পরস্পর একই দিকে যথাক্রমে $8 ms^{-1}$

এবং $4 ms^{-1}$ বেগে চলে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে লিপ্ত হয়।

২. সংঘর্ষের পর বস্তুদ্বয় কতবেগে কোনদিকে চলবে?

⇒ (১)

~~m_1~~ = ১ম বস্তুর ভর, $m_1 = 5kg$

২য় " " , $m_2 = 7kg$

১ম " আদিবেগ, $u_1 = 8 ms^{-1}$

২য় " " , $u_2 = 4 ms^{-1}$

১ম বস্তুর শেষবেগ, $v_1 = \frac{u_1(m_1-m_2)}{m_1+m_2} + \frac{2m_2u_2}{m_1+m_2}$

$$= \frac{8(5-7)}{5+7} + \frac{2\times7\times4}{5+7}$$

$$= 3.33 ms^{-1}$$

$$v_2 = \frac{u_2(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2} + \frac{2m_1u_1}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{4(7-5)}{5+7} + \frac{2\times 5\times 8}{5+7}$$

$= 7.33\ ms^{-1}$; যেহেতু, v_1 ও v_2 এর চিহ্ন দুটিই ধনাত্মক তাই এরা একই দিকে চলবে।

২. সংঘর্ষের প্রকৃতি যাচাই কর।

(২)

সংঘর্ষের পূর্বে গতিশক্তি, $E_1 = \frac{1}{2} m_1u_1^2 + \frac{1}{2} m_2u_2^2$

$$= \frac{1}{2}\, 5\times 8^2 + \frac{1}{2}\, 7\times 4^2$$

$$= 160 + 56 = 216\ \cancel{ms^{-1}}\ J$$

সংঘর্ষের পরে গতিশক্তি, $E_2 = \frac{1}{2} m_1v_1^2 + \frac{1}{2} m_2v_1^2$

$$= \frac{1}{2}\times 5\times \left(\frac{10}{3}\right)^2 + \frac{1}{2}\times 7\times \left(\frac{22}{3}\right)^2$$

$$= 216\ J$$

$\therefore E_1 = E_2$; সুতরাং সংঘর্ষটি একটি স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ।